

Sugerencia útil Consejo de estudio

En este capítulo trabajaremos con raíces y radicales. Este material se estudió en el capítulo 7. Si no recuerda cómo evaluar o simplificar radicales, repáselo ahora.

CONJUNTO DE EJERCICIOS 8.1



Ejercicios de concepto/redacción

- Escriba las dos raíces cuadradas de 36.
- Escriba las dos raíces cuadradas de 17.
- Escriba la propiedad de la raíz cuadrada.
- ¿Cuál es el primer paso para completar el cuadrado?
- Explique cómo determinar si un trinomio es un trinomio cuadrado perfecto.
- Escriba un párrafo en el que explique cómo construir un trinomio cuadrado perfecto.
- ¿ $x = 4$ es la solución de $x - 4 = 0$? Si no, ¿cuál es la solución correcta? Explique.
 - ¿ $x = 2$ es la solución de $x^2 - 4 = 0$? Si no, ¿cuál es la solución correcta? Explique.
- ¿ $x = -7$ es la solución de $x + 7 = 0$? Si no, ¿cuál es la solución correcta? Explique.
 - ¿ $x = \pm\sqrt{7}$ es solución de $x^2 + 7 = 0$? Si no, ¿cuál es la solución correcta? Explique.
- De acuerdo con el método de completar el cuadrado, ¿cuál es el primer paso para resolver la ecuación $2x^2 + 3x = 9$? Explique.
- De acuerdo con el método de completar el cuadrado, ¿cuál es el primer paso para resolver la ecuación $\frac{1}{7}x^2 + 12x = -4$? Explique.
- Cuando se resuelve la ecuación $x^2 - 6x = 17$ completando el cuadrado, ¿qué número sumamos en ambos lados de la ecuación? Explique.
- Cuando se resuelve la ecuación $x^2 + 10x = 39$ completando el cuadrado, ¿qué número sumamos en ambos lados de la ecuación? Explique.

Práctica de habilidades

Utilice la propiedad de la raíz cuadrada para resolver cada ecuación.

- | | | |
|--|--|--|
| 13. $x^2 - 25 = 0$ | 14. $x^2 - 49 = 0$ | 15. $x^2 + 49 = 0$ |
| 16. $x^2 - 24 = 0$ | 17. $x^2 + 24 = 0$ | 18. $y^2 - 10 = 51$ |
| 19. $y^2 + 10 = -51$ | 20. $(x - 3)^2 = 49$ | 21. $(p - 4)^2 = 16$ |
| 22. $(x + 3)^2 = 49$ | 23. $(x + 3)^2 + 25 = 0$ | 24. $(a - 3)^2 = 45$ |
| 25. $(a - 2)^2 + 45 = 0$ | 26. $(a + 2)^2 + 45 = 0$ | 27. $\left(b + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$ |
| 28. $\left(b - \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$ | 29. $\left(b - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{4}{9} = 0$ | 30. $(x - 0.2)^2 = 0.64$ |
| 31. $(x + 0.8)^2 = 0.81$ | 32. $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{16}{9}$ | 33. $(2a - 5)^2 = 18$ |
| 34. $(4y + 1)^2 = 12$ | 35. $\left(2y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{4}{25}$ | 36. $\left(3x - \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{9}{25}$ |

Resuelva cada ecuación por el método de completar el cuadrado.

- | | | |
|---|--------------------------|--|
| 37. $x^2 + 3x - 4 = 0$ | 38. $x^2 - 3x - 4 = 0$ | 39. $x^2 + 8x + 15 = 0$ |
| 40. $x^2 - 8x + 15 = 0$ | 41. $x^2 + 6x + 8 = 0$ | 42. $x^2 - 6x + 8 = 0$ |
| 43. $x^2 - 7x + 6 = 0$ | 44. $x^2 + 9x + 18 = 0$ | 45. $2x^2 + x - 1 = 0$ |
| 46. $3c^2 - 4c - 4 = 0$ | 47. $2z^2 - 7z - 4 = 0$ | 48. $4a^2 + 9a = 9$ |
| 49. $x^2 - 13x + 40 = 0$ | 50. $x^2 + x - 12 = 0$ | 51. $-x^2 + 6x + 7 = 0$ |
| 52. $-a^2 - 5a + 14 = 0$ | 53. $-z^2 + 9z - 20 = 0$ | 54. $-z^2 - 4z + 12 = 0$ |
| 55. $b^2 = 3b + 28$ | 56. $-x^2 = 6x - 27$ | 57. $x^2 + 10x = 11$ |
| 58. $-x^2 + 40 = -3x$ | 59. $x^2 - 4x - 10 = 0$ | 60. $x^2 - 6x + 2 = 0$ |
| 61. $r^2 + 8r + 5 = 0$ | 62. $a^2 + 4a - 8 = 0$ | 63. $c^2 - c - 3 = 0$ |
| 64. $p^2 - 5p = 4$ | 65. $x^2 + 3x + 6 = 0$ | 66. $z^2 - 5z + 7 = 0$ |
| 67. $9x^2 - 9x = 0$ | 68. $4y^2 + 12y = 0$ | 69. $-\frac{3}{4}b^2 - \frac{1}{2}b = 0$ |
| 70. $\frac{1}{3}a^2 - \frac{5}{3}a = 0$ | 71. $36z^2 - 6z = 0$ | 72. $x^2 = \frac{9}{2}x$ |

73. $-\frac{1}{2}p^2 - p + \frac{3}{2} = 0$

76. $3x^2 + 33x + 72 = 0$

79. $\frac{3}{4}w^2 + \frac{1}{2}w - \frac{1}{2} = 0$

82. $\frac{5}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{5}{4} = 0$

74. $2x^2 + 6x = 20$

77. $2x^2 + 18x + 4 = 0$

80. $\frac{3}{4}c^2 - 2c + 1 = 0$

83. $-3x^2 + 6x = 6$

75. $2x^2 = 8x + 64$

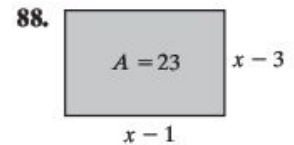
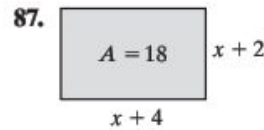
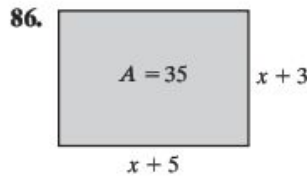
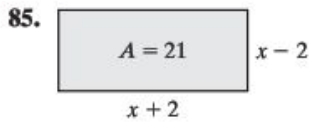
78. $\frac{2}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 1 = 0$

81. $2x^2 - x = -5$

84. $x^2 + 2x = -5$

Resolución de problemas

Área En los ejercicios 85 a 88 se da el área, A , de cada rectángulo. a) Escriba una ecuación para determinar el área. b) Despeje x en la ecuación.



89. **Distancia necesaria para detenerse en la nieve** La fórmula para calcular la distancia, d en pies, necesaria para detener un automóvil específico sobre una superficie con nieve es $d = \frac{1}{6}x^2$, donde x es la velocidad del automóvil, en millas por hora, antes de que se apliquen los frenos. Si la distancia necesaria para detener un automóvil fue de 150 pies, ¿cuál era la velocidad del automóvil antes de que se aplicaran los frenos?

90. **Distancia necesaria para detenerse en el pavimento seco** La fórmula para calcular la distancia, d en pies, necesaria para detener un automóvil específico sobre una superficie de pavimento seco es $d = \frac{1}{10}x^2$, donde x es la velocidad del automóvil, en millas por hora, antes de que se apliquen los frenos. Si la distancia necesaria para detener un automóvil fue de 40 pies, ¿cuál era la velocidad del automóvil antes de que se aplicaran los frenos?

91. **Enteros** El producto de dos enteros impares consecutivos es 35. Determine cuáles son esos dos enteros impares.

92. **Enteros** El más grande de dos enteros es 2 unidades mayor que el doble del más pequeño. Si el producto de ambos enteros es 12, determine ambos números.

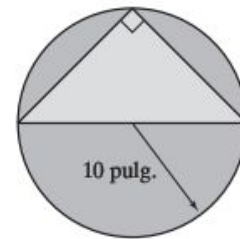
93. **Jardín rectangular** Donna Simm delimitó un área de su jardín para dedicarla a plantar tomates. Determine las dimensiones del área rectangular, si el largo es 2 pies mayor que el doble del ancho, y el área mide 60 pies cuadrados.

94. **Entrada de cochera** Manuel Cortez planea asfaltar la entrada de su cochera. Determine las dimensiones de la entrada rectangular, si su área es de 381.25 pies cuadrados y el largo es 18 pies mayor que su ancho.

95. **Patio** Bill Justice diseña un patio, cuya diagonal es 6 pies mayor que el largo de un lado. Determine las dimensiones del patio.

96. **Piscina para niños** Un hotel planea construir una piscina poco profunda para niños. Si la piscina será un cuadrado cuya diagonal mide 7 pies más que un lado, determine las dimensiones de la piscina.

97. **Triángulo inscrito** Cuando se inscribe un triángulo en un semicírculo, donde el diámetro del círculo es un lado del triángulo, éste siempre es un triángulo rectángulo. Si un triángulo isósceles (dos lados iguales) se inscribe en un semicírculo con radio de 10 pulgadas, determine la longitud de los otros dos lados del triángulo.



98. **Triángulo inscrito** Consulte el ejercicio 97. Suponga que un triángulo está inscrito en un semicírculo, cuyo diámetro es de 12 metros. Si un lado del triángulo inscrito es de 6 metros, determine cuánto mide el tercer lado.

99. **Área de un círculo** El área de un círculo es de 24π pies cuadrados. Utilice la fórmula $A = \pi r^2$ para determinar el radio del círculo.

100. **Área de un círculo** El área de un círculo es 16.4π metros cuadrados. Determine el radio del círculo.

Para responder los ejercicios 101 a 104, utilice la fórmula $A = p\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$.

101. **Cuenta de ahorros** Frank Dipalo invirtió \$500 en principio en una cuenta de ahorros cuyo interés se capitaliza anualmente. Si después de 2 años el saldo de la cuenta es de \$540.80, determine la tasa de interés anual.

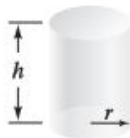
102. **Cuenta de ahorros** Margret Chang invirtió inicialmente \$1000 en una cuenta de ahorros cuyo interés se capitaliza cada año. Si después de 2 años el saldo de la cuenta es de \$1102.50, determine la tasa de interés anual.

103. **Cuenta de ahorros** Steve Rodi invirtió \$1200 como base en una cuenta de ahorros cuyo interés se capitaliza semestralmente. Si después de 3 años el saldo de la cuenta es de \$1432.86, determine la tasa de interés anual.

104. **Cuenta de ahorros** Angela Reyes invirtió \$1500 en una cuenta de ahorros cuyo interés se capitaliza cada semestre. Si después de 4 años el saldo de la cuenta es de \$2052.85, determine la tasa de interés anual.

- 105 Volumen y área de la superficie** El área de la superficie, S , y el volumen, V , de un cilindro circular recto de radio, r , y altura, h , están dados por las fórmulas

$$S = 2\pi r^2 + 2\pi rh, \quad V = \pi r^2 h$$

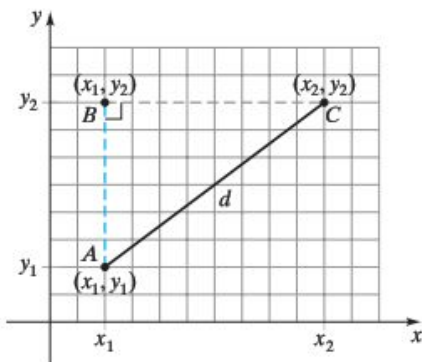


- Determine el área de la superficie del cilindro, si su altura es de 10 pulgadas y su volumen es de 160 pulgadas cúbicas.
- Determine el radio si la altura es de 10 pulgadas y el volumen es de 160 pulgadas cúbicas.
- Determine el radio si la altura es de 10 pulgadas y el área de la superficie es de 160 pulgadas cuadradas.

Actividad en grupo

Analicen y respondan en grupo el ejercicio 106.

- 106.** En la cuadrícula siguiente se señalan los puntos (x_1, y_1) , (x_2, y_2) y (x_1, y_2) .



- Explique por qué el punto (x_1, y_2) se colocó donde está, y no en algún otro lugar de la gráfica.
- Expresa la longitud de la recta punteada en color rojo en términos de y_2 y y_1 . Explique cómo determinó su respuesta.
- Expresa la longitud de la recta punteada en color gris en términos de x_2 y x_1 . Explique cómo determinó su respuesta.
- Mediante el teorema de Pitágoras y el triángulo rectángulo ABC , deduzca una fórmula para determinar la distancia, d , entre los puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) .* Explique cómo determinó la fórmula.
- Utilice la fórmula que determinó en la parte **d)** para calcular la distancia del segmento de recta entre los puntos $(1, 4)$ y $(3, 7)$.

Ejercicios de repaso acumulativo

- Resuelva $-4(2z - 6) = -3(z - 4) + z$.
- Inversión** Thea Prettyman invirtió \$10,000 durante un año, parte a 7% y parte a $6\frac{1}{4}\%$. Si ganó un interés total de \$656.50, ¿qué cantidad invirtió en cada tasa?
- Resuelva $|x + 3| = |2x - 7|$.
- Determine la pendiente de la recta que pasa por $(-2, 5)$ y $(0, 5)$.
- Multiplique $(x - 2)(4x^2 + 9x - 3)$.

8.2 Resolución de ecuaciones cuadráticas mediante la fórmula cuadrática

- Deducir la fórmula cuadrática.
- Utilizar la fórmula cuadrática para resolver ecuaciones.
- Escribir una ecuación cuadrática dadas sus soluciones.
- Usar el discriminante para determinar el número de soluciones reales para una ecuación cuadrática.
- Estudiar problemas de aplicación que utilicen ecuaciones cuadráticas.

1 Deducir la fórmula cuadrática

La fórmula cuadrática puede usarse para resolver cualquier ecuación cuadrática. De hecho, es el método más útil y versátil para resolver ecuaciones cuadráticas. Por su eficiencia, por lo general se le utiliza en lugar del método de completar el cuadrado.

La forma general de una ecuación cuadrática es $ax^2 + bx + c = 0$, donde a es el coeficiente del término cuadrático, b es el coeficiente del término de primer grado y c es la constante.

Forma general de la ecuación cuadrática

$$\begin{aligned} x^2 - 3x + 4 &= 0 \\ 1.3x^2 - 7.9 &= 0 \\ -\frac{5}{6}x^2 + \frac{3}{8}x &= 0 \end{aligned}$$

Valores de los coeficientes

$$\begin{aligned} a = 1, \quad b = -3, \quad c = 4 \\ a = 1.3, \quad b = 0, \quad c = -7.9 \\ a = -\frac{5}{6}, \quad b = \frac{3}{8}, \quad c = 0 \end{aligned}$$

*La fórmula para calcular la distancia se estudiará en un capítulo posterior.